

ZBIGNIEW WALCZAK, BOGDAN J. WOSIEWICZ, ZBIGNIEW SROKA

Katedra Mechaniki Budowli i Budownictwa Rolniczego
Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu

FILTRACJA DO DRENAŻU PONIŻEJ CIENKIEJ, SŁABO PRZEPUSZCZALNEJ WARSTWY KOLMATACYJNEJ

SEEPAGE TO THE DRAIN BELOW A THIN, LOW PERMEABLE
ALLUVIAL LAYER

Streszczenie. Analizowano ustaloną w czasie filtrację do drenażu znajdującego się poniżej cienkiej, słabo przepuszczalnej warstwy kolmatacyjnej zdeponowanej na dnie zbiornika wodnego. Warstwę kolmatacyjną wyłączono z obszaru przepływu i modelowano za pomocą warunku brzegowego trzeciego rodzaju, jako liniową zależność pomiędzy poszukiwaną wysokością piezometryczną a przepływem przez brzeg. Do modelowania wykorzystano autorskie oprogramowanie bazujące na metodzie elementów skończonych. Uzyskane rezultaty były zgodne z dostępnym rozwiązaniem analitycznym (dla jednego ciągu drenażowego w nieograniczonym obszarze o jednorodnych i izotropowych właściwościach filtracyjnych). Przeanalizowano różne warianty położenia galerii drenażowej względem dna zbiornika, wpływ miąższości podłoża oraz ortotropię warunków filtracyjnych. Analizowano także rozwiązania dla układu równoległych galerii filtracyjnych. Uzyskane wyniki poddano analizie.

Słowa kluczowe: filtracja, cienka warstwa, drenaż, warunek brzegowy trzeciego rodzaju

Wstęp

Do trudnych i złożonych problemów filtracyjnych należą zadania, w których występują cienkie przewarstwienia (zarówno na brzegu, jak i wewnątrz obszaru przepływu) o zdecydowanie odmiennych właściwościach filtracyjnych. Problemy takie są ciągle przedmiotem różnorodnych studiów i analiz (np. ANDERSON 2000, 2003, WALCZAK 2006, KACIMOV i OBNOSOV 2008, LI i IN. 2008, EL-ZEIN 2009), z uwagi na ich duże znaczenie praktyczne. Rozwiązania analityczne dla tej klasy zadań są bardzo nieliczne (np. ANDERSON 2000, 2003, KACIMOV i OBNOSOV 2008) z uwagi na trudność ich uzyskania (funkcje specjalne i bardzo złożone przekształcenia), a i tak do uzyskania war-

tości liczbowych w większości sytuacji trzeba posłużyć się pakietami numerycznymi. Ponadto rozwiązania te dotyczą na ogół sytuacji mocno uschematyzowanej (np. obszar półnieskończony, drenaże modelowane jako fikcyjna szczelina, jednorodność i izotropia właściwości filtracyjnych, itp.). Każde takie rozwiązanie jest oczywiście niezwykle istotne, stanowi bowiem wzorzec (ang. *benchmark*) umożliwiający weryfikację rozwiązań uzyskiwanych przybliżonymi metodami numerycznymi w celu sprawdzenia adekwatności dostępnego oprogramowania oraz poprawności tworzonych modeli. Rozwiązanie i analiza większości zagadnień złożonych możliwa jest praktycznie wyłącznie metodami numerycznymi (SROKA i IN. 2004). Najczęściej wykorzystywana jest metoda elementów skończonych, rzadziej – metoda elementów brzegowych lub metoda różnic skończonych.

Autorzy od dawna zajmują się analizą numeryczną złożonych zagadnień filtracyjnych, w tym także z przewarstwieniami (np. WOSIEWICZ 1986). Szczegółową analizą objęto problemy, w których występują słabiej, mocniej lub częściowo przepuszczalne cienkie przewarstwienia w obszarze przepływu (np. WOSIEWICZ i WALCZAK 2001 a, 2001 b, 2005, 2011). W badaniach i analizach kładziono nacisk na poszukiwanie adekwatnych metod, technik i narzędzi takich analiz (głównie w obrębie metody elementów skończonych). Punktem wyjścia tych poszukiwań jest często wyrażony pogląd, że w wielu problemach zdecydowanie lepiej jest uzyskać przybliżone rozwiązanie dla modelu bliższego rzeczywistej sytuacji (geometria, właściwości filtracyjne, warunki brzegowe), niżli zadowolić się dostępnym ścisłym rozwiązaniem, uzyskanym jednak dla modelu mocno uproszczonego. Jest to tym bardziej wskazane, że obecnie możliwe jest oszacowanie dokładności uzyskanego rozwiązania numerycznego, także problemów filtracyjnych (np. SROKA i IN. 2006), wpływ zaś koniecznych uproszczeń modelu dla uzyskania rozwiązania analitycznego najczęściej trudno oszacować. Z drugiej strony należy pamiętać, iż numeryczne modelowanie cienkich przewarstwień czy soczewek może sprawiać szereg problemów już na etapie samej dyskretyzacji (pomijając nawet kwestie konieczności pozyskania sensownych danych odnoszących się do geometrii i właściwości cienkiej warstwy). Odpowiednie wymodelowanie (w tym wygenerowanie siatki elementów skończonych) nie zawsze jest zadaniem trywialnym. W literaturze pojawiają się zatem prace ułatwiające modelowanie samego przewarstwienia (por. np. ANDERSON 2000, 2003, WOSIEWICZ i WALCZAK 2005, 2011, EL-ZEIN 2009). Dodatkowym utrudnieniem może być konieczność uwzględnienia w obliczeniach np. nieliniowego prawa filtracji w obrębie przewarstwienia (WOSIEWICZ 1986, LI i IN. 2008).

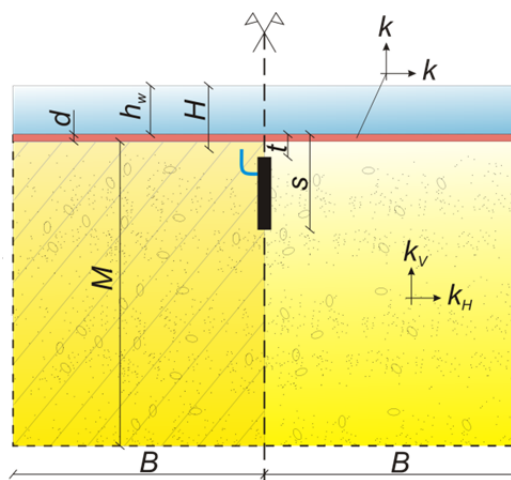
Punktem wyjścia prezentowanych w pracy badań i analiz było analityczne rozwiązanie uzyskane przez KACIMOVA i OBNOSOVA (2008) dla problemu płaskiej ustalonej w czasie filtracji z cienką, słabo przepuszczalną warstwą na brzegu (powstałą w wyniku kolmatacji materiału na dnie zbiornika) utrudniającą dopływ wody do (pojedynczej) galerii drenażowej znajdującej się poniżej, w jednorodnej i izotropowej warstwie przepuszczalnej o nieograniczonej miąższości i rozległości (półprzeźrzeń). Cichym założeniem było także przyjęcie, iż drenaż jest wystarczająco długi, aby móc rozwiązywać problem jako dwuwymiarowy (w płaszczyźnie pionowej).

Głównym celem prezentowanej pracy było wyznaczenie i analiza numeryczna dopływu filtracyjnego do galerii (lub kilku równoległych ciągów drenażowych) w zależności od jej wysokości i zagłębienia pod warstwą słabo przepuszczalną oraz proporcji współczynników filtracji w ośrodku i cienkiej warstwie brzegowej, ale także przy orto-

tropii ośrodka. Do rozwiązania użyto autorskiego oprogramowania (SROKA i IN. 2004) opartego na metodzie elementów skończonych. Wyniki zilustrowano stosownymi wykresami i je przedyskutowano. Ważnym elementem analizy była ocena, w jakim stopniu uzyskane przez KACIMOVA i OBNOVA (2008) rozwiązanie analityczne może być przydatne do analizy bardziej złożonych problemów rzeczywistych, przede wszystkim w warunkach ograniczonej miąższości, przy występowaniu kilku równoległych galerii drenażowych oraz w sytuacji ortotropii właściwości filtracyjnych w ośrodku.

Filtracja do galerii drenażowej

Analizowano filtrację ustaloną do poziomo ułożonego drenażu poniżej cienkiej, słabo przepuszczalnej warstwy kolmatacyjnej zdeponowanej na dnie zbiornika. Rozwiązania poszukiwano w płaszczyźnie pionowej, prostopadle do ułożenia drenażu, w warstwie o ograniczonej miąższości M i zdefiniowanej szerokości $2B$, wykorzystując symetrię zadania (rys. 1). Przyjęto, że obowiązuje liniowe prawo przepływu Darcy'ego, a poziom zwierciadła wody w zbiorniku nie zmienia się w czasie (stała wartość h_w). W obszarze przepływu przyjęto jednorodność właściwości filtracyjnych, jednak z możliwością ortotropii (odmienne współczynniki filtracji: poziomy k_H i pionowy k_V). Galeria drenażowa znajduje się poniżej dna zbiornika, na którym zdeponowana jest cienka warstwa kolmatacyjna o stałej grubości, jednorodna, o izotropowych właściwościach filtracyjnych (charakteryzowana właśnie przez grubość d i współczynnik filtracji k).



Rys. 1. Obszar filtracji (zakreskowany) i oznaczenia
Fig. 1. Filtration area (hatched) and notations

Warstwę kolmatacyjną wyłączono z obszaru przepływu i modelowano warunkiem brzegowym trzeciego rodzaju, jako liniową zależność pomiędzy poszukiwaną wysokością piezometryczną a przepływem przez warstwę. W prezentowanych analizach przyjęto,

identycznie jak KACIMOV i OBNOSOV (2008), pionowe ułożenie galerii drenażowej (jej wymiar pionowy znacznie większy niż poziomy) oraz że drenaż pracuje przy pełnym napełnieniu (pod ciśnieniem). Spąg galerii umieszczony jest na głębokości s poniżej dna zbiornika, a jej strop na głębokości t . Drenaż potraktowano także jako bardzo wąską szczelinę, a *de facto* modelowano poprzez warunek brzegowy pierwszego rodzaju, stałą wysokość piezometryczną H wzdłuż drenażu (na długości $l = s - t$). Na pozostałych odcinkach analizowanego obszaru filtracji (prostokąt o szerokości B i miąższości M) przyjęto brak przepływu, odpowiadający brzegowi nieprzepuszczalnemu lub warunkom symetrii.

Do rozwiązania użyto autorskiego oprogramowania (SROKA i IN. 2004) opartego na metodzie elementów skończonych z liniowym elementem trójkątnym (węzły tylko w narożach). Wyznaczano błędy rozwiązania analizowanego zadania (błąd *a posteriori*) poprzez szacowanie dokładności wyznaczenia rozkładów prędkości (SROKA i IN. 2006). Za dopuszczalny przyjęto błąd globalny nie większy niż 20%. W sytuacji wystąpienia zbyt dużego błędu, aby zmniejszyć jego wielkość, siatkę stosownie modyfikowano (poprzez jej lokalne zagęszczenie). W zależności od zadania ostateczne siatki podziału zawierały od około 5,4 tys. do nawet 22,3 tys. elementów, a wyznaczony błąd globalny rozkładów prędkości oscylował na ogół wokół 10%.

W przedstawionych dalej rezultatach i analizach posłużono się podobnymi wielkościami bezwymiarowymi jak KACIMOV i OBNOSOV (2008). Położenie oraz geometrię drenażu definiują dwa współczynniki – określające zagłębienie jego spągu: $S = s/H$ oraz stropu: $T = t/H$. Przepuszczalność cienkiego przewarstwienia charakteryzuje współczynnik $\alpha = -(k/k_H)(H/d)$. Wydatek drenażu podawano w postaci bezwymiarowej: $Q = q/(k_H H)$, gdzie q to wydatek na jednostkę długości drenażu wyznaczony z jego jednej strony (połowa całkowitego wydatku). Przy analizie i prezentacjach rozkładów wysokości piezometrycznych posłużono się również wielkością bezwymiarową $h^* = (h - h_{\min})/H$.

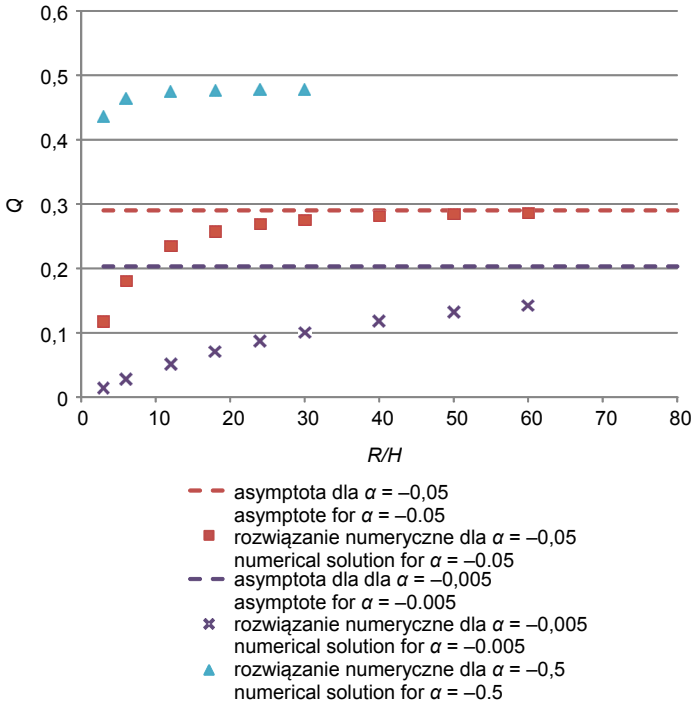
Drenaż w obszarze o nieograniczonej miąższości

Punktem wyjścia badań i analiz było wspomniane analityczne rozwiązanie uzyskane przez KACIMOVA i OBNOSOVA (2008) dla drenażu w ośrodku jednorodnym i izotropowym w obszarze o nieograniczonej miąższości (półprzestrzeń). Cytowani autorzy posłużyli się przekształceniem i funkcjami zaproponowanymi jeszcze w 1949 roku przez N.N. Verigina (KACIMOV i OBNOSOV 2008). Funkcje Verigina spełniają warunki brzegowe trzeciego rodzaju w obszarze uzyskanym przez przekształcenie konforemne rzeczywistego obszaru filtracji (ang. *physical plane*) w pomocniczy (ang. *auxiliary plane*). Funkcja ma jednak trzy całkowite osobliwości, zamiast więc stosowanego przez Verigina drugiego przekształcenia z formułami Christoffella-Schwarza (KACIMOV i OBNOSOV 2008) do wyznaczenia rozwiązania wykorzystali bardziej ogólne podejście, oparte na całkowitej reprezentacji typu Signoriniego. Rozwiązanie wyraża się bardzo złożonymi formułami, a do uzyskania konkretnych wartości, jak sami wspomniani autorzy piszą, konieczne są zaawansowane pakiety oprogramowania matematycznego. W cytowanej pracy przedstawili zatem na kilku wykresach wydatek drenażu jako funkcję T dla dwóch wartości α oraz trzech wartości S .

Narzuca się natychmiast pytanie, interesujące głównie z praktycznego punktu widzenia, w jakim stopniu to ściśle rozwiązanie można wykorzystać do typowej sytuacji drenażu pracującego w warunkach ograniczonej miąższości, bądź do kilku równoległych ciągów drenażowych, a także w sytuacji bardziej złożonych warunków w podłożu (choćby ortotropia ośrodka).

Dla określenia aktywnego zasięgu obszaru filtracji R (jego miąższości i rozległości), aby uzyskać wydatki zbliżone do uzyskiwanych w cytowanym ścisłym rozwiązaniu, różniące się co najwyżej o 1-3%, wykonano szereg eksperymentów numerycznych i analiz dla trzech typowych wartości α ($-0,5$, $-0,05$, $-0,005$). Tak wyznaczony aktywny zasięg, dla określonej wartości α , informuje, jaką miąższość podłoża można przy istnieniu warstwy kolmatycznej uznać za praktycznie nieograniczoną. Innymi słowy konieczne jest określenie rozmiarów rozpatrywanego obszaru w taki sposób, aby ograniczenia jego wielkości nie miały już istotnego wpływu na szacowany wydatek drenażu i wykorzystanie wartości z rozwiązania analitycznego. Należy tutaj wyraźnie zaznaczyć, iż obecność w warunkach zadania cienkiej, zdecydowanie słabiej przepuszczalnej warstwy kolmatycznej istotnie zmienia reżim przepływu i typowe, rutynowe zasady przyjęcia rozmiarów obszaru aktywnego zdecydowanie zawodziły, co istotnie utrudniło wyznaczenie jego wielkości. Niektóre rezultaty pokazano na rysunku 2, przedstawiając wyznaczone numerycznie bezwymiarowe wydatki drenażu Q (połowa wydatku, równa dopływowi z jednej jego strony) dla $S = 0,1$ i $T = 0,02$ oraz trzech typowych wartości α uzyskane dla różnych wielkości obszaru filtracji. Aktywny zasięg obszaru R , zarówno w pionie (miąższość), jak i w poziomie (rozległość), określano w proporcji do różnicy wysokości piezometrycznych pomiędzy zbiornikiem a drenażem (R/H). Wydatki porównano z wartościami z rozwiązania ścisłego uzyskanego przez cytowanych autorów dla obszaru nieograniczonego. Jak wynika z przedstawionych wykresów, wielkość aktywnej strefy filtracji (aby zapewnić jego nieograniczoność) zależy tutaj w głównej mierze od parametru α , charakteryzującego przepuszczalności cienkiego przewarstwienia, przede wszystkim zaś od stosunku współczynników filtracji dla obszaru i przewarstwienia. Im stosunek k_H/k jest większy, tym większy musi być obszar filtracji, aby poprawnie uwzględnić dopływ ze znacznie większych odległości (większa aktywna strefa filtracji). Rozwiązania numeryczne dla rosnących wartości R/H zbliżają się asymptotycznie do rozwiązań analitycznych. Na rysunku 2 liniami przerywanymi zaznaczono asymptoty rozwiązań numerycznych odpowiadające dostępnym rozwiązaniom analitycznym. O ile (dla pokazanych tu wartości S i T) przy $\alpha = -0,5$ już przy $R/H = 20$ wydatki się niewiele zmieniają, to przy $\alpha = -0,05$ dopiero przy $R/H = 50$ osiągają wartości zbliżone dla obszaru nieograniczonego, a przy $\alpha = -0,005$ wartości R/H rzędu kilkuset nie zapewniają jeszcze osiągnięcia wartości zbliżonych do analitycznego rozwiązania dla obszaru nieograniczonego.

Pamiętać jednak trzeba, iż w rzeczywistości bardzo rzadko mamy do czynienia z sytuacją, w której obszar filtracji jest istotnie obszarem o nieograniczonej miąższości. Bardzo często miąższość warstwy przepuszczalnej jest zdecydowanie ograniczona. Wyznaczenie wówczas wydatku galerii, przyjmując nieograniczoną miąższość (rozwiązanie analityczne), prowadzić może do dość dużych błędów, nawet do znacznego przeszacowania. Różnice pomiędzy tymi rozwiązaniami zależeć będą oczywiście od miąższości warstwy przepuszczalnej, ale przede wszystkim od stosunku współczynników filtracji w obszarze i warstwie zakolmatowanej. Im mniejsza jest w rzeczywistości

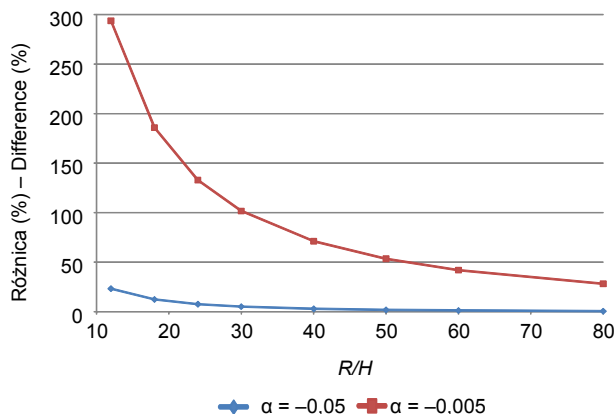


Rys. 2. Asymptotyczna zbieżność rozwiązań numerycznych do rozwiązań analitycznych ($S = 0,1$, $T = 0,02$)

Fig. 2. Asymptotic convergence of numerical solutions to analytical solutions ($S = 0.1$, $T = 0.02$)

miąższość warstwy przepuszczalnej, tym różnica pomiędzy poszczególnymi rozwiązaniami jest większa. Na rysunku 3 przedstawiono błędy oszacowania wydatku Q do galerii drenażowej ($1/2$ rzeczywistego wydatku) dla warstwy o nieograniczonej miąższości (rozwiązanie analityczne), gdy w rzeczywistości mamy obszar o miąższości ograniczonej (rozwiązanie numeryczne potraktowano tu jako rzeczywiste wartości). Oszacowania dokonano dla dwóch wartości α dla $S = 0,1$ oraz $T = 0,02$. Przy charakterystyce przepuszczalności warstwy zakolmatowanej $\alpha = -0,005$ (stosunek współczynników filtracji równy 2000) przy $R/H \approx 20$ błąd wyznaczenia wydatku wynosił jeszcze prawie 200% (zdecydowanie przeszacowany wydatek z rozwiązania analitycznego), dla $R/H \approx 80$ zaś już tylko 28%. W przypadku mniejszych dysproporcji pomiędzy współczynnikami filtracji błędy wyznaczenia wydatków są znacznie mniejsze. Przy stosunku tych współczynników równym 500 sięgają ponad 6% przy $R/H = 18$, ale już poniżej 1% przy $R/H = 80$.

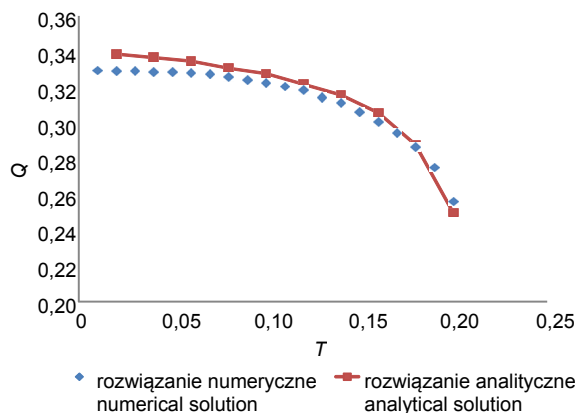
Rozwiązania numeryczne uzyskane dla warstwy o bardzo dużej, praktycznie nieograniczonej miąższości i rozległości, przy jednorodnych i izotropowych właściwościach filtracyjnych, porównano z cytowanym rozwiązaniem ścisłym. Porównano przede wszystkim dopływ do (pojedynczej) galerii drenażowej. Można stwierdzić, że uzyskano



Rys. 3. Błąd wyznaczenia wydatku galerii w obszarze o ograniczonej miąższości na podstawie rozwiązania analitycznego dla nieograniczonej miąższości ($S = 0,1$, $T = 0,02$)

Fig. 3. Error of estimation of gallery discharge in bounded stratum thickness based on the analytical solution for boundless thickness ($S = 0.1$, $T = 0.02$)

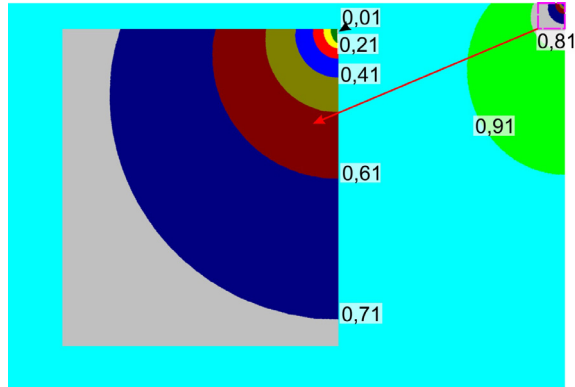
dobrą zgodność porównywanych rezultatów. Przykładowe wyniki dla jednego z zadań ($S = 0,2$ oraz $\alpha = -0,05$) uzyskane dla kilku wartości T pokazano na rysunku 4. Zwrócić jednak należy uwagę, że rzeczywista miąższość warstwy przepuszczalnej M wynosiła w tym zadaniu aż 450 m, a nieprzepuszczalna granica (definiująca aktywną długość obszaru przepływu) odsunięta była nawet o $B = 650$ m.



Rys. 4. Porównanie bezwymiarowych wydatków rozwiązania numerycznego z analitycznym dla rosnących zagłębień stropu drenażu ($S = 0,2$, $\alpha = -0,05$)

Fig. 4. Comparison of non-dimensional discharges of numerical and analytical solutions for the growing drain roof cavities ($S = 0.2$, $\alpha = -0.05$)

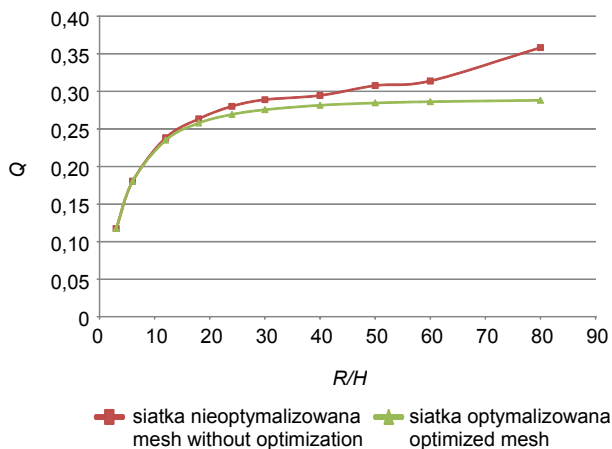
Dodatkową zaletą rozwiązań numerycznych jest możliwość szybkiego (natychmiastowego) przedstawienia i analizy wielu innych, ważnych rezultatów. Dla przykładu na rysunku 5 przedstawiono dla jednego z zadań ($T = 0,01$, $S = 0,2$ oraz $\alpha = -0,05$) rozkład wysokości piezometrycznych wokół drenażu. Użyte oprogramowanie umożliwia przedstawienie także izolinii ciśnień porowych, gradientów, wektorów prędkości w elementach, trajektorii i izochron.



Rys. 5. Rozkład wysokości piezometrycznych wokół drenażu ($T = 0,01$, $S = 0,2$, $\alpha = -0,05$)

Fig. 5. Piezometric heads distribution around the drain ($T = 0.01$, $S = 0.2$, $\alpha = -0.05$)

Zaznaczyć należy, iż przygotowanie modelu opartego na metodzie elementów skończonych nie było także w analizowanym problemie zadaniem prostym. Nie tylko trzeba zapewnić praktyczną nieograniczoną obszar rozwiązania, ale niezwykle istotnym czynnikiem, decydującym o jakości rozwiązania (wyznaczonych wydatków drenażu), jest jakość siatki. W szczególności siatka w obszarze wokół drenażu (o małych jednak wymiarach w stosunku do wymiarów geometrycznych obszaru) musi być możliwie regularna i bardzo mocno zagęszczona, gdyż w przeciwnym razie błędy w rozkładzie prędkości są zbyt duże i wyznaczony wydatek nie jest właściwy. Niezbędne okazało się korzystanie z algorytmów umożliwiających oszacowanie dokładności rozwiązania. W prezentowanych analizach wykorzystano algorytm oparty na szacowaniu dokładności wyznaczenia rozkładów prędkości filtracji w obszarze (SROKA i IN. 2006). Za maksymalny błąd globalny przyjęto 20%. W sytuacji wystąpienia większego błędu adaptacyjnie modyfikowano siatkę (poprzez jej lokalne, sensowne dogęszczenie), aby jego wielkość zmniejszyć. W rezultacie błąd wyznaczenia rozkładów prędkości w prezentowanych rozwiązaniach oscylował w większości zadań wokół 10%, ale wymagało to nie tylko samego zwiększenia numerycznego rozmiaru rozwiązywanego zadania (liczby elementów i tym samym liczby węzłów), lecz także właściwego ich rozmieszczenia w obszarze, zwłaszcza wokół drenażu. Dla największego analizowanego obszaru ($M/H = 90$ i $B/H = 130$) wygenerowana siatka miała około 22,3 tys. elementów. Stosunek wymiarów elementów (ich wysokości), największego do najmniejszego, wynosił 710. Zwrócić trzeba uwagę, że samo dokładanie elementów (przy powiększaniu M i B), bez



Rys. 6. Porównanie wydatku drenażu wyznaczonego przy kontrolowanej dokładności rozwiązania (siatka adaptacyjnie optymalizowana) z wynikami bez optymalizacji ($S = 0,1$, $T = 0,02$)

Fig. 6. Comparison of drain discharge obtained with a controlled solution accuracy (mesh adaptively optimized) and results without optimizing ($S = 0.1$, $T = 0.02$)

jednoczesnego dogęszczania w obszarze drenażu, może także prowadzić do sporych błędów uzyskiwanego rozwiązania numerycznego. Wartości wydatku wyznaczone bez procesu adaptacyjnej optymalizacji siatki dla dużych wartości R/H były przeszacowane nawet o blisko 30%. Ilustruje to dobrze rysunek 6, gdzie dla jednego z analizowanych problemów ($S = 0,1$, $T = 0,02$) porównano obliczone wartości wydatku drenażu przy zwiększającej się wartości R/H uzyskane z kontrolowaną dokładnością rozwiązania (siatka adaptacyjnie optymalizowana) z wynikami bez takiej optymalizacji.

Obszar filtracji o ograniczonych wymiarach

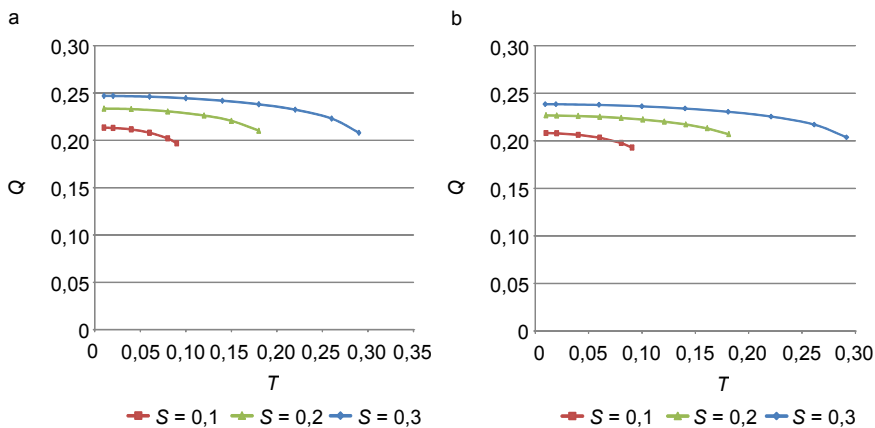
Analityczne rozwiązanie KACIMOVA i OBNOSOVA (2008) dotyczy pojedynczego drenażu w nieograniczonym obszarze pod warstwą zakolmatowaną. Jego zastosowanie w sytuacji ograniczonej miąższości, jak to już pokazano, może powodować znaczne przeszacowanie wydatku, a dla kilku równoległych galerii jest w zasadzie nieprzydatne. Przy $R/H = 30$ i $H = 5$ m, dla zapewnienia akceptowalności rezultatów na poziomie około 5% (przy średnim $\alpha = -0,05$), wymaga rzeczywistej miąższości równej przynajmniej 150 m. W wielu sytuacjach praktycznych konieczne jest także wyznaczenie wydatku drenażu ułożonego w kilku równoległych ciągach. Z uwagi na wielokrotną symetrię obliczenia sprowadzają się wówczas do filtracji w obszarze o ograniczonej miąższości

M i szerokości B (równej połowie odległości między ciągami drenażowymi), jak przyjęto w prezentowanej pracy (rys. 1).

Zadania w obszarze o ograniczonej miąższości i rozległości można oczywiście efektywnie rozwiązywać metodami numerycznymi. Podjęcie takich analiz, jak wykazały prezentowane w punkcie poprzednim rezultaty dotyczące budowania modelu numerycznego, powinno być jednak poprzedzone badaniem przydatności dostępnego oprogramowania (testowanie narzędzia numerycznego i tworzenia modeli), np. przez porównanie z cytowanym rozwiązaniem KACIMOVA i OBNOSOVA (2008) w obszarze o nieograniczonej miąższości, traktując je jako dobry *benchmark*. Sugeruje się także użycie oprogramowania umożliwiającego oszacowanie dokładności uzyskiwanego rozwiązania numerycznego.

Przeanalizowano kilka zadań o różnych proporcjach M/B , różnych wymiarach drenażu oraz różnych jego zagłębieniach. Rozwiązania znowu uzyskano wspomnianym pakietem (SROKA i IN. 2004), adaptacyjnie modyfikując siatkę dla zapewnienia wymaganej dokładności wyznaczenia prędkości (SROKA i IN. 2006).

Na rysunku 7 pokazano przykładowo wyznaczone wydatki galerii Q dla średniej przepuszczalności $\alpha = -0,05$ uzyskane przy tej samej rozstawie drenaży $2B = 18H$ dla dwóch różnych miąższości i trzech zagłębień spągu drenażu (0,1, 0,2, 0,3), jednak przy różnej jego wysokości $l = s - t$. Na rysunku 7a przedstawiono rozwiązania dla $B/M = 3$. Błąd globalny wyznaczenia prędkości w zależności od zadania wynosił od 8 do 18% (siatki od około 18,0 do 19,6 tys. elementów, stosunek wysokości elementów 20:1, maksymalny kąt w elemencie 122°). Na rysunku 7b pokazano analogiczne rozwiązanie dla obszaru dla $B/M = 3/2$ uzyskane z globalnym błędem od 5 do 18% (siatka około 11,8 tys. elementów, stosunek wysokości elementów 35:1, maksymalny kąt 133°).



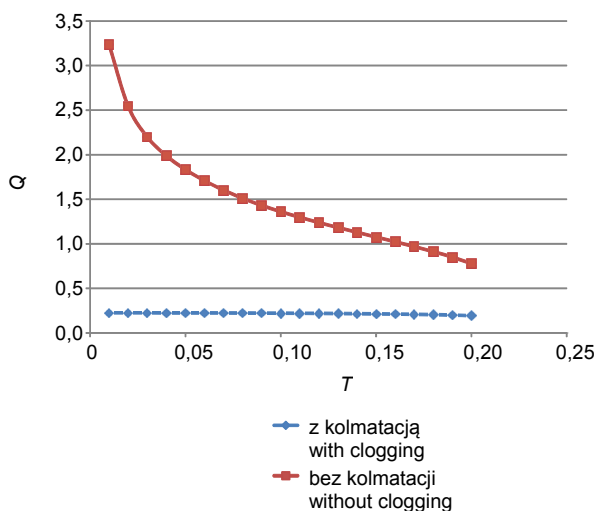
Rys. 7. Zależność bezwymiarowego wydatku Q (drenażu o rozstawie $2B = 18H$) od zagłębienia spągu S i stropu T dla $\alpha = -0,05$ oraz $B/M = 3$ (a) i $B/M = 3/2$ (b)

Fig. 7. Relation between dimensionless discharge Q (for drain lines distance $2B = 18H$) and position of drain base S and roof T for $\alpha = -0.05$ and $B/M = 3$ (a) and $B/M = 3/2$ (b)

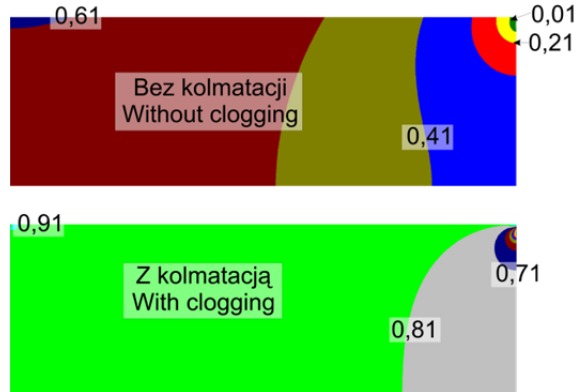
Dla obu prezentowanych proporcji obszaru przepływu ($B > M$) wzrostowi zagłębienia drenażu (rosnąca wartość S) towarzyszy wzrost bezwymiarowego wydatku. Ze wzrostem miąższości warstwy przepuszczalnej wydatek bezwymiarowy także nieznacznie rośnie (w analizowanych zadaniach o 8-9%). Ze wzrostem T (zagłębienie stropu drenażu) przy stałej wartości S efektywna wysokość drenażu jest coraz mniejsza i wydatek drenażu wyraźnie maleje.

Warto pokazać, że warstwa kolmatacyjna znacząco redukuje możliwy dopływ do galerii drenażowej, zwłaszcza gdy współczynnik filtracji w warstwie jest wielokrotnie mniejszy niż w obszarze przepływu. Na rysunku 8 przedstawiono porównanie bezwymiarowego wydatku uzyskanego dla obszaru filtracji o $B/M = 3$ i izotropowych właściwościach filtracyjnych ($k_H = k_V$) dla $S = 0,2$ oraz $\alpha = -0,05$ (warstwa kolmatacyjna o przeciętnej przepuszczalności) dla różnych T (malejąca wysokość drenażu) z rozwiązaniem bez warstwy kolmatacyjnej. Jak widać, na wielkość wydatku nie ma wówczas większego wpływu położenie stropu galerii drenażowej ani nawet zmniejszanie się jej wysokości, co nie wydaje się zupełnie oczywiste. Jeśli jednak zastąpić warstwę kolmatacyjną równoważną warstwą o współczynniku filtracji jak w obszarze ($k = k_H$), to warstwa ta musiałaby mieć od kilkudziesięciu do nawet kilkuset metrów grubości (w zależności od stosunku k/k_H). Zmiana położenia drenażu o metr czy dwa, w takiej sytuacji, nie wpływa wówczas znacząco na wydatek przez drenaż.

Warstwa kolmatacyjna znacząco wpływa również na rozkład wysokości piezometrycznych w pobliżu drenażu, co przedstawiono odpowiednio na rysunkach 9a i 9b.



Rys. 8. Zależność bezwymiarowego wydatku Q obliczonego z uwzględnieniem oraz bez uwzględnienia kolmatacji od zagłębienia stropu drenażu T ($S = 0,2$, $\alpha = -0,05$, $B/M = 3$)
 Fig. 8. Relation between dimensionless discharge Q calculated with and without clogging and the drain roof cavity T ($S = 0.2$, $\alpha = -0.05$, $B/M = 3$)



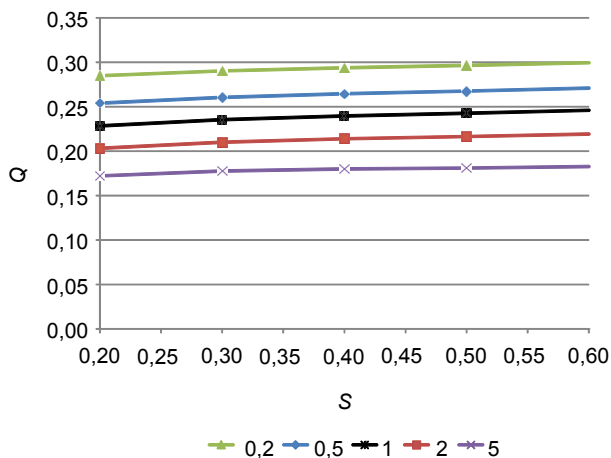
Rys. 9. Rozkład wysokości piezometrycznych wokół drenażu ($B/M = 3$, $S = 0,2$, $\alpha = -0,05$) bez warstwy kolmatycznej i z warstwą kolmatyczną

Fig. 9. Piezometric heads distribution around the drain ($B/M = 3$, $S = 0.2$, $\alpha = -0.05$) without alluvial layer and with alluvial layer

Filtracja w podłożu ortotropowym

Jest rzeczą oczywistą, że anizotropia ośrodka gruntowego powinna mieć istotny wpływ na rozwiązanie. Dla zbadania wielkości tego wpływu (jednak z zachowaniem symetrii zadania) przeanalizowano szerzej filtrację w podłożu ortotropowym dla kilku zagłębień drenażu, przy różnych poziomach ortotropii ośrodka, równych odpowiednio $1/5$, $1/2$, 1 , 2 , 5 . Analizowano zarówno bezwymiarowe wydatki drenażu, jak i rozkłady wysokości piezometrycznych oraz wektorów prędkości. Analizę przeprowadzono dla ciągu równoległych drenaży ułożonych w odległościach równych trzykrotnej miąższości podłoża ($B/M = 3/2$). Przyjęto przeciętną przepuszczalność warstwy kolmatycznej $\alpha = -0,05$. Zmieniano położenie spągu galerii drenażowej $S = s/H$ od $0,2$ do $0,6$ (co $0,1$). Długość drenażu $l = s - t$ pozostała niezmienna i wynosiła $H/10$ (zmieniał się zatem parametr $T = t/H$, od $0,1$ do $0,5$). Otrzymaną zależność bezwymiarowego wydatku od położenia drenażu przy różnym stopniu ortotropii ośrodka dla $B/H = 9$ oraz $M/H = 6$ pokazano na rysunku 10. Rozwiązania uzyskano przy błędzie globalnym wyznaczenia rozkładów prędkości (dla różnych zadań) od $7,6\%$ do $14,3\%$.

Otrzymane dla ortotropii ośrodka wyniki wydają się interesujące. Przede wszystkim bezwymiarowe wydatki drenażu w analizowanym zadaniu dość wyraźnie zależą od poziomu anizotropii ośrodka. Dwukrotny wzrost współczynnika filtracji w pionie (w stosunku do tegoż przy izotropii właściwości filtracyjnych) spowodował wzrost wydatku bezwymiarowego (liczonego w stosunku do k_H) o wartość nieco poniżej 11% dla $S = 0,2$ i o wartość bliską 10% dla $S = 0,6$, przy pięciokrotnym zaś jego wzroście ($k_V = 5k_H$) mamy odpowiednio wzrost wydatku o 24% i 22% . Podobnie dwukrotne zmniejszenie współczynnika filtracji w pionie ($k_V = k_H/2$) spowodowało zmniejszenie wydatku bezwymiarowego o podobne wartości, odpowiednio o nieco ponad 11% dla

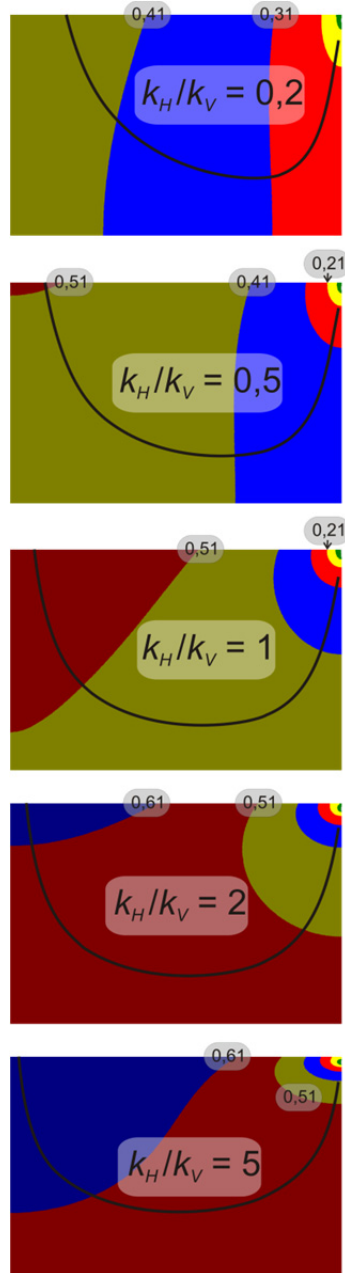


Rys. 10. Zależność bezwymiarowego wydatku Q od zagłębienia spągu S dla różnych stopni ortotropii ośrodka k_H/k_V ($\alpha = -0,05$, $B/H = 9$, $M/H = 6$)

Fig. 10. Relation between dimensionless discharge Q and position of drain base S for different levels of k_H/k_V ratio ($\alpha = -0.05$, $B/H = 9$, $M/H = 6$)

$S = 0,2$ i mniej więcej o 11% dla $S = 0,6$, przy pięciokrotnym zaś jego zmniejszeniu ($k_V = k_H/5$) uzyskano wydatek mniejszy o – odpowiednio – 25% i 26%. Zagłębienie spągu galerii drenażowej w badanym zakresie (S od 0,2 do 0,6) powoduje także kilkuprocentowy wzrost wydatku (od 5% do 8%). Nie stwierdzono jednoznacznie, aby poziom ortotropii wyraźniej wzmacniał te niezbyt duże różnice. Obserwowana nieznaczna tendencja może tu być naruszana dokładnością obliczeń (błąd numeryczny).

Trzeba koniecznie jeszcze zwrócić uwagę, jak zmieniają się rozkłady wysokości piezometrycznych w obszarze filtracji dla różnego stopnia ortotropii ośrodka k_H/k_V , a precyzyjniej mówiąc – ze zmianą współczynnika filtracji w pionie. Zilustrowano to na rysunku 11 dla jednego z analizowanych zadań ($\alpha = -0,05$, $B/H = 9$, $M/H = 6$, $S = 0,2$, $T = 0,1$). Zmianie współczynnika filtracji w kierunku pionowym towarzyszy wyraźna przebudowa pola rozkładu wysokości piezometrycznych. Im bardziej współczynnik filtracji w pionie (k_V) różni się od tegoż w poziomie (k_H), tym bardziej eliptyczne są linie jednakowych wysokości piezometrycznych (w pobliżu drenażu), przy czym dla $k_V > k_H$ wielka oś elipsy jest pionowa, a ze wzrostem k_V/k_H także stosunek długości osi wielkiej do małej rośnie, natomiast gdy $k_V < k_H$, wielka oś elipsy jest pozioma, a stosunek długości osi wielkiej do osi małej także rośnie, ale gdy k_V/k_H maleje. Generalnie zaś, gdy pionowy współczynnik filtracji maleje, linie jednakowych wysokości piezometrycznych zagęszczają się bardzo wyraźnie wokół drenażu. Nie towarzyszą im jednak wyraźniejsze zmiany wydatku bezwymiarowego. Na rysunkach pokazano ponadto jedną z wyznaczonych trajektorii cząstek wody, trafiającą każdorazowo w ten sam punkt w pobliżu drenażu. Gdy współczynnik filtracji w pionie zwiększa się w stosunku do tegoż współczynnika w poziomie, cząstka wody ze zbiornika trafia do tego samego punktu przy drenażu, ale z coraz dalszej odległości od ciągu drenażowego.



Rys. 11. Rozkład wysokości piezometrycznych wokół drenażu dla różnych stopni ortotropii ośrodka k_H/k_V ($\alpha = -0,05$, $B/H = M/H = 6$, $S = 0,2$, $T = 0,1$)

Fig. 11. Piezometric heads distribution around the drain for different levels of k_H/k_V ratio ($\alpha = -0.05$, $B/H = M/H = 6$, $S = 0.2$, $T = 0.1$)

Podsumowanie

Analizowano filtrację do drenażu znajdującego się poniżej cienkiej, słabo przepuszczalnej warstwy na dnie zbiornika wodnego. Warstwę kolmatyczną modelowano za pomocą warunku brzegowego trzeciego rodzaju. Przyjęto, że drenaż pracuje przy pełnym napełnieniu, a wymiar pionowy galerii drenażowej jest znacznie większy niż poziomy. Obliczenia wykonano, wykorzystując autorskie oprogramowanie (SROKA i IN. 2004) bazujące na metodzie elementów skończonych. Przeanalizowano różne warianty położenia galerii drenażowej względem dna zbiornika, wpływ miąższości podłoża oraz ortotropię warunków filtracyjnych. Analizowano także rozwiązania dla układu kilku równoległych galerii filtracyjnych.

Podkreślić trzeba dobrą zgodność otrzymanych wyników z jedynym dostępnym rozwiązaniem analitycznym, uzyskanym przez KACIMOVA i OBNOSOVA (2008), jednak dla drenażu w nieograniczonym obszarze o jednorodnych i izotropowych właściwościach filtracyjnych. Dla małych przepuszczalności warstwy kolmatycznej wymagało to przyjęcia bardzo dużej miąższości i rozległości aktywnego obszaru przepływu. Zbadano, w jakim stopniu to ściśle rozwiązanie można wykorzystać do typowej sytuacji drenażu pracującego w warunkach ograniczonej miąższości bądź do kilku równoległych ciągów drenażowych. Wykazano, że w sytuacji ograniczonej miąższości może to skutkować znacznym przeszacowaniem wydatku, a dla kilku równoległych galerii jest w zasadzie nieprzydatne.

Pokazano, że zadania takie można efektywnie rozwiązywać metodami numerycznymi. Analizy powinny być jednak poprzedzone badaniem przydatności oprogramowania (np. przez porównanie z cytowanym rozwiązaniem KACIMOVA i OBNOSOVA (2008), traktując je jako dobry *benchmark*). Konieczne wydaje się także każdorazowe oszacowanie dokładności uzyskiwanego rozwiązania numerycznego. O jego dokładności w analizowanych zadaniach decydowała jakość siatki w obszarze wokół drenażu. W wielu zadaniach niezbędne było jej adaptacyjne poprawianie, aż do uzyskania wymaganej dokładności.

Z przeprowadzonych analiz szczegółowych dla układu równoległych ciągów drenażowych przy ograniczonej miąższości podłoża wynika, że ze wzrostem miąższości wydatek bezwymiarowy nieznacznie rośnie. Wzrostowi zagłębienia drenażu towarzyszy także wzrost wydatku (w analizowanych zadaniach o 8-9%), a przy stałym zagłębieniu spągu drenażu ze zmniejszaniem się efektywnej długości drenażu wydatek wyraźnie maleje. Pokazano, że warstwa kolmatyczna znacząco redukuje możliwy dopływ do galerii drenażowej, zwłaszcza gdy współczynnik filtracji w warstwie jest wielokrotnie mniejszy niż w obszarze przepływu. Na uzyskany wydatek nie miało wówczas istotnego wpływu zagłębienie galerii drenażowej (w analizowanym zakresie).

Bezwymiarowe wydatki drenażu (w analizowanym problemie) dość wyraźnie zależały od poziomu ortotropii. Pięciokrotnie większy współczynnik filtracji w pionie ($k_V = 5k_H$) spowodował wzrost wydatku bezwymiarowego mniej więcej o 24-26% (dla S od 0,2 do 0,6), przy pięciokrotnie mniejszym zaś współczynniku ($k_V = k_H/5$) uzyskano wydatki mniejsze o – odpowiednio – 25% i 26%. Zagłębienie spągu drenażu (w badanym zakresie) powoduje także kilkuprocentowy wzrost wydatku. Nie stwierdzono jednak, aby poziom ortotropii wyraźniej wzmacniał te niezbyt duże różnice.

Warto jeszcze zwrócić uwagę na istotne zmiany w rozkładzie wysokości piezometrycznych przy ortotropii ośrodków. Generalnie, gdy pionowy współczynnik filtracji maleje, linie jednakowych wysokości piezometrycznych zagęszczają się bardzo wyraźnie wokół drenażu. Im bardziej współczynnik filtracji w pionie (k_V) różni się od tegoż w poziomie (k_H), tym bardziej eliptyczne są linie jednakowych wysokości piezometrycznych (w pobliżu drenażu), przy czym dla $k_V > k_H$ wielka oś elipsy jest pionowa, a ze wzrostem k_V/k_H również stosunek długości osi wielkiej do małej rośnie. Z kolei gdy $k_V < k_H$, wielka oś elipsy jest pozioma, a stosunek długości osi wielkiej do małej także rośnie, ale gdy k_V/k_H maleje. Nie towarzyszą temu jednak wyraźniejsze zmiany wydatku bezwymiarowego.

Warto na koniec zwrócić jeszcze uwagę, że za pomocą metod numerycznych stosunkowo łatwo można rozpatrzeć wiele realnych problemów nie analizowanych w prezentowanej pracy, np. rzeczywisty kształt galerii drenażowej (okrągły, prostokątny itd.), możliwość pracy drenażu w warunkach niepełnego napełnienia (warunki wysączenia na części obwodu tego drenażu), nieliniowość prawa filtracji w warstwie komatycznej (np. prawo z gradientem początkowym, potęgowe czy formuły Swartzendrube-ra) itp. Niektóre wymienione problemy będą przedmiotem dalszych studiów. Od użytego w takich analizach oprogramowania należy jednak oczekiwać (co najmniej) łatwego zdefiniowania problemu, możliwości rozwiązania zadania sporej wielkości (kilkanaście tysięcy stopni swobody), szacowania błędu rozwiązania oraz dobrego postprocesora udostępniającego wyniki.

Literatura

- ANDERSON E.I., 2000. The method of images for leaky boundaries. *Adv. Water Res.* 23, 5: 461-474. [<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0309170899000445>].
- ANDERSON E.I., 2003. An approximation for leaky boundaries in groundwater flow. *J. Hydrol. (Amst.)* 274, 1-4: 160-175. [<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022169402004158>].
- EL-ZEIN A., 2009. A non-isodimensional finite-element approach to the modeling of transient flow and mass transport through domains with thin layers. *Comput. Struct.* 87, 11-12: 618-629.
- KACIMOV A.R., OBNOSOV YU.V., 2008. Leaky-layer seepage: the Verigin function revisited. *J. Eng. Math.* 62, 4: 345-354.
- LI S., CHENG L., LI X., HAO F., 2008. Nonlinear seepage flow of ultralow permeability reservoirs. *Pet. Explor. Dev.* 35, 5: 606-612. [<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1876380409600926>].
- SROKA Z., WALCZAK Z., WOSIEWICZ B.J., 2004. Analiza ustalonych przepływów wód gruntowych metodą elementów skończonych. Oprogramowanie inżynierskie. Wyd. AR, Poznań.
- SROKA Z., WALCZAK Z., WOSIEWICZ B.J., 2006. Automatyzacja procesu tworzenia elementowego modelu przepływu wody w gruncie z kontrolowaną wartością błędu numerycznego. *Apar. Bad. Dydak.* 11, 1: 19-25.
- WALCZAK Z., 2006. Numeryczny model filtracji pod budowlą piętrzącą w złożonych warunkach gruntowych. *Maszynopis. Katedra Mechaniki Budowli i Budownictwa Rolniczego UP, Poznań.*
- WOSIEWICZ B., 1986. Analiza zagadnień filtracji ustalonej z nieliniowymi równaniami konstytutywnymi. *Rocz. AR Pozn. Rozpr. Nauk.* 162.

Walczak Z., Wosiewicz B.J., Sroka Z., 2013. Filtracja do drenażu poniżej cienkiej, słabo przepuszczalnej warstwy kolmatycznej. *Nauka Przyr. Technol.* 7, 1, #2.

WOSIEWICZ B.J., WALCZAK Z., 2001 a. Analiza numeryczna filtracji pod budowlą piętrzącą z pionową przesłoną uszczelniającą. *Rocz. AR Pozn.* 338, *Melior. Inż. Środ.* 22: 129-145.

WOSIEWICZ B.J., WALCZAK Z., 2001 b. Wpływ pionowych uszczelnień pod jazem na wielkość wyporu i gradienty hydrauliczne. *Rocz. AR Pozn.* 338, *Melior. Inż. Środ.* 22: 147-159.

WOSIEWICZ B.J., WALCZAK Z., 2005. Modelowanie cienkich przewarstwień w problemach płaskiej filtracji ustalonej. *Rocz. AR Pozn.* 365, *Melior. Inż. Środ.* 26: 523-534.

WOSIEWICZ B.J., WALCZAK Z., 2011. Modelowanie cienkich, bardziej przepuszczalnych przewarstwień w płaskich problemach filtracji ustalonej prostym elementem liniowym. *Nauka Przyr. Technol.* 5, 5, #100.

SEEPAGE TO THE DRAIN BELOW A THIN, LOW PERMEABLE ALLUVIAL LAYER

Summary. The paper is concerned with two-dimensional, steady seepage to a drain located below the thin, alluvial, low permeable layer deposited at the bottom of a reservoir. Thin layer was excluded from the flow area and modelled using the third kind boundary condition, as a linear relationship between the sought piezometric head and flow through the top border. The author's software, based on finite elements method, was used to obtain solutions. The results were consistent with the available analytical solution (one drain in the boundless strata with homogeneous and isotropic seepage properties). Different variants of the position of the drainage gallery under bottom of the reservoir, the effect of the stratum thickness and orthotropy seepage conditions were discussed in detail. The solution for the system of parallel drain gallery was also analysed.

Key words: seepage, thin layer, drainage, third kind boundary condition

Adres do korespondencji – Corresponding address:

Zbigniew Walczak, Katedra Mechaniki Budowli i Budownictwa Rolniczego, Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu, ul. Piątkowska 94, 60-649 Poznań, Poland, e-mail: zbw@up.poznan.pl

Zaakceptowano do opublikowania – Accepted for publication:

9.10.2012

Do cytowania – For citation:

Walczak Z., Wosiewicz B.J., Sroka Z., 2013. Filtracja do drenażu poniżej cienkiej, słabo przepuszczalnej warstwy kolmatycznej. *Nauka Przyr. Technol.* 7, 1, #2.